2) $g(2)=(1-2)e^{-2}+1=1-e^{-2}>0$

$1-e^{-2}$ est un minimum absolue pour g

Donc: $\forall x\in\mathbb{R}: g(x)\geq 1-e^{-2}>0$

Par suite $\boxed{g(x)>0,\ x\in\mathbb{R}}$

II/ $f(x)=xe^{-x}+x$

1) a) $x\mapsto x$: est une fonction polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R}$.

$x\mapsto e^{-x}$: Dérivable sur $\mathbb{R}$.

$(e^{-x}=\frac{1}{e^{x}};\ e^{x}\neq 0\ \forall x\in\mathbb{R})$

Donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
(produit et somme de 2 fonctions dérivables).

On a :
$f'(x)=e^{-x}+x(-e^{-x})+1 \quad =e^{-x}(1-x)+1=g(x)$

b) $f'(x)=g(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{-x}+x$

$=\lim\limits_{t\to+\infty} -te^{t}-t=-\infty,(t=-x)$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}+x$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\frac{e^{x}}{x}}+x=+\infty$

2) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}+x-x$

$=\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\frac{e^{x}}{x}}=0$

Donc $y=x$ est une asymptote oblique

au voisinage de $+\infty$.

b) $f(x)-x=xe^{-x}$ et $e^{-x}>0$

D'où :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)-f(x)$		$-$ 0	$+$
Position relative	D/C	$(0,0)$	C/D

c) $T: y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$=g(1)(x-1)+f(1)$

$=x-1+e^{-1}+1$

$\boxed{T: y=x+\frac{1}{e}}$

d) Branche infinie au $V_{-\infty}$:

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{xe^{-x}+x}{x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}+1=+\infty$

(C) Admet une B.I.P de direction $(o,\vec{j})$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn